Cinétique des gaz parfaits monoatomiques

Soit un ensemble de N particules sphériques rigides identiques ne pouvant interagir que lors de collisions élastiques. Les particules occupent de façon uniforme un volume V délimité par des parois rigides. Les vitesses des particules sont distribuées au hasard (chaos moléculaire) et toutes les directions de l'espace sont statistiquement équivalentes.
Soit un élément de surface dS orienté selon la normale extérieure à V. Pendant un temps dt cette surface est bombardée par un grand nombre de particules, subissant individuellement une collision sur la paroi pendant un durée très faible.
1°) Ecrire la relation fondamentale de la dynamique sur un temps dt pour une particule subissant une force F résultante du choc.
2°) Intégrer l'équation obtenue et la projeter selon la normale. Déduire la variation de quantité de mouvement de la particule subissant un choc élastique en fonction de sa masse, sa vitesse initiale et de l'angle d'incidence de la particule.
Les particules susceptibles de heurter dS pendant dt sont contenues dans un volume :
(v.dt.cosθ.dS) si v est la vitesse moyenne des particules. En moyenne, une particule sur deux se déplace vers la paroi (une sur deux s'en éloigne).
3°) Ecrire le nombre de particules susceptibles de heurter la paroi pendant dt avec un angle d'incidence θ .
4°) Déduire la variation moyenne de quantité de mouvement de la paroi en fonction de la vitesse quadratique moyenne v_q^2.

$$v_q^2 = \overline{v_x^{\,2}} + \overline{v_y^{\,2}} + \overline{v_z^{\,2}} = 3\overline{v_z^{\,2}}$$

5°) Ecrire la pression P (force par unité de surface) résultant des collisions.
La température est une mesure de l'énergie cinétique moyenne des particules.
6°) Ecrire T en fonction de v_q^2. On choisit la valeur de la constante égale à $2/(3*K_B)$ avec $K_B=1.38*10^{-23}$ $J.K^{-1}$ la constante de Boltzman.
7°) Dans le modèle de billes rigides sans interaction potentielle (à distance), identifier l'énergie interne.
8°)Etablir une relation entre P,V et T en exprimant N en moles.

Entropie des systèmes linéaires stationnaires

On souhaite illustrer quelles sont les conséquences des effets thermodynamiques sur les circuits électriques linéaires. Le courant électrique peut être considéré comme le déplacement d'électrons de masse m portant la charge élémentaire q. D'autre part, dans un conducteur ohmique de résistance R, parcouru par un courant i, l'effet Joule conduit à la dissipation d'une puissance calorifique Ri^2 .
On considère deux résistances ohmiques R1 et R2 montées en parallèle et parcourues en régime permanent par deux courants i1 et i2 respectivement.
1°) En écrivant la conservation de la masse et donc, dans ce cas, de la charge, déterminer la relation qui lie les courants i1, i2 et i, le courant total alimentant l'ensemble du circuit.
2°) Déterminer la quantité de chaleur et l'entropie reçue par les résistances R1 et R2 pendant un temps dt, lorsque le milieu ambiant est à la température constante T_0.
3°) Déterminer en régime stationnaire quelle relation lie les variations des courants i1 et i2.
4°) A partir d'un bilan entropique, déterminer dans quelles conditions le taux de production d'entropie (entropie créée par unité de temps) est minimum en régime stationnaire.

Phénomènes de transport

Soit une canalisation cylindrique en régime stationnaire soumise à un gradient de concentration sans production de particules. Donner l'évolution du nombre de particules en fonction de l'abscisse et trouver la résistance de la conduite à la diffusion.

Donner un ordre de grandeur du temps de diffusion d'un morceau de sucre dans une tasse de café dont la dimension caractéristique est de 5cm. Le coefficient de diffusion du sucre dans le café est de 5.10^{-10} m^2/s.

Evaporation

Dans un tube vertical cylindrique de diamètre d, se trouve de l'éther liquide. La distance entre la surface du liquide et l'ouverture du tube est h. A la surface de l'éther, le liquide est en équilibre thermodynamique avec le gaz considéré comme parfait, la pression partielle de la vapeur d'éther est donc égale à la pression de saturation Ps. Au niveau de l'ouverture du tube, la pression partielle d'éther est nulle, et on considère que la concentration volumique d'éther est linéaire entre la surface liquide et l'ouverture du tube.
Sous l'effet du gradient de concentration, il y a diffusion de la vapeur d'éther dans l'air.

1) Après avoir rappeler la loi de Fick, donner le nombre de moles dn de liquide qui s'évapore entre les instants t et t+dt en fonction de la hauteur h et des autres paramètres.
2) En déduire l'expression de dh puis l'équation différentielle vérifiée par h(t).
3) Intégrer et donner l'expression de h(t).
4) A t=0, h=2cm. Combien de temps faut-il pour obtenir h=3cm ?
5) Combien de temps faut-il pour évaporer complètement un tube de 20cm rempli aux trois quarts ?

P_s=0,583 bar à 290K
T=20°C
ρ=626 Kg/m^3

M=74,1 g/mol
D=$1,5.10^{-5}$ m^2/s
R=8,32 J/mol.K

Transformations de gaz parfaits

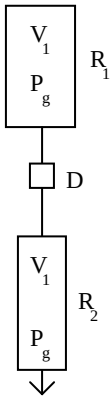
On assimile l'atmosphère à un gaz parfait de masse molaire M=29g/mol en équilibre adiabatique réversible. A l'altitude z_0, la pression est P_0 et la masse volumique ρ_0.

1) Ecrire en fonction de la pression, la masse volumique et l'altitude, l'équation différentielle qui traduit l'équilibre mécanique d'une tranche horizontale d'air.
2) Ecrire la variation de la pression en fonction de l'altitude.
3) En déduire la variation de la température et de la masse volumique en fonction de l'altitude.
4) Calculer la température à 1Km d'altitude sachant que T_0=300K,ρ_0=1,3Kg/m3,P_0=1bar, à z_0=0 Km .g= 9,8m/s^2.

Un piston de section 10cm^2 isolé thermiquement contient n moles d'air assimilé à un gaz parfait, à 293K. Son volume initial est de 5litres et sa pression initiale de 1bar.
On procède d'abord de façon infiniment lente en déposant progressivement des masses très faibles jusqu'à atteindre 10Kg sur le piston de masse négligeable.
A partir du même état initial on applique ensuite brutalement une masse de 10Kg sur le piston.

1) Ecrire pour ces deux transformations le rapport des pressions et des températures initiales et finales.
2) Ecrire pour ces deux transformations et calculer le bilan entropique.

Un gaz à haute pression, contenu dans le réservoir R_1 est utilisé pour refouler, par l'intermédiaire d'un détendeur D, un liquide contenu dans un réservoir R_2 de volume (V_2).



1°) Calculer le volume (V_1) nécessaire pour que le gaz puisse vider entièrement le réservoir R_2 en fonction : de la pression initiale du gaz $(P_g)^i$ et de la pression finale $(P_g)^f$ (imposée par le fonctionnement du détendeur) ainsi que la pression P_2 dans le réservoir de liquide R_2, pression supposée constante.
On assimilera le gaz à un gaz parfait de chaleurs spécifiques constantes et on négligera le volume de gaz contenu dans les tuyauteries. Les échanges de chaleur avec l'extérieur seront supposés nuls.
Le gaz est supposé être de l'azote pris à la température de 20 °C (γ = 1,4) sous la pression $(P_g)^i$ = 200 bar. On donne d'autre part : $(P_g)^f$ = 40 bar ; P_2 = 30 bar ; V_2 = 100 l.

Calculer, dans ces conditions, le refroidissement produit dans le réservoir de gaz. (Dans les deux cas suivants : détente adiabatique quasistatique dans R_1, détente isenthalpique au niveau du détendeur).

⇒ **Rép. :** ΔT = -108 °C ; -67 °C

2°) On suppose qu'un apport de chaleur Q est effectué au gaz pendant la détente. Etablir l'expression du nouveau volume V_1. Quel serait, en particulier, dans les conditions précédentes, l'apport de chaleur nécessaire pour que ce volume soit de 15 litres seulement ? Par quels moyens pratiques pourrait être effectué cet apport de chaleur ?
⇒ **Rép. :** Q = 450 kJ

Thermodynamique généralisée

Déformations mécaniques (fil sous traction)

Un fil de longueur l est soumis à l'action d'une force de traction f. On définit comme pour un fluide, une capacité thermique à force de traction constante C_f.

1°) Ecrire le bilan énergétique du fil entre deux états d'équilibre infiniment voisins.

On définit le coefficient de dilatation linéique : $\alpha_l = \frac{1}{l}\left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_f$

2°) Etablir la relation : $\alpha_l = \frac{1}{l}\left(\frac{\partial S}{\partial f}\right)_T$

La dérivée $\left(\frac{\partial S}{\partial f}\right)_T$ est positive pour un fil en acier et négative pour un fil en caoutchouc.

3°) Montrer qu'un fil en acier s'allonge par réchauffement et un fil en caoutchouc se contracte par échauffement.

4°) On effectue une traction adiabatique réversible d'un fil. Etablir la relation :

$dT = -\frac{\alpha_l T}{\rho s c_f} df$ (ρ : masse volumique, s : section, c_f : capacité calorifique massique)

5°) Calculer l'échauffement d'un fil d'acier soumis à une contrainte $\frac{\Delta f}{s} = 98.10^6\, N.m^{-2}$ avec les caractéristiques suivantes :

α_l =20.10^{-6} K^{-1}, c_f = 460 J.K^{-1}.kg^{-1} , ρs=77.10^3 kg.m^{-1}

On soumet maintenant un fil d'acier à une force de traction et à une variation de température de sorte que sa longueur demeure constante.

6°) Etablir la relation suivante :

$dT = -\frac{1}{E_T \alpha_l s} df$ où $E_T = \frac{l}{s}\left(\frac{\partial f}{\partial l}\right)_T$ est le module de Young

7°) Calculer le refroidissement nécessaire pour maintenir constante la longueur d'un fil avec les caractéristique suivantes :

s=8 mm^2 ; E_T = 0,2.10^{12} Pa ; Δf=1000 N.

Pile à combustible

La réaction chimique : $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$ met en jeu 4 électrons par molécule d'eau produite. Elle donne lieu à une force électro-motrice E=1,23V à la température de 298 K. Lorsqu'elle a lieu, la réaction fournit une chaleur à pression constante Q= - 285,9 kJ/mol à 298 K.

On considère le système formé par un récipient fermé à température et pression constante où a lieu la réaction.

1°) Ecrire le bilan énergétique lorsque la transformation est réversible en tenant compte du travail des forces de pression et des forces électriques Edq où dq est la quantité de charge débitée.

2°) En déduire la variation d'enthalpie libre.

3°) Ecrire la variation d'enthalpie et en déduire l'efficacité de la pile (rapport de l'énergie électrique récupérable à la chaleur apportée au système).

4°) Calculer l'efficacité pour le couple Zinc/Air (E=1,84 V ; Q= - 636 kJ/mol, la réaction met en jeu 4 électrons). Commenter le résultat.

Liquides-solides

On mesure pour un liquide et pour un solide les coefficients thermoélastiques suivants :

Coefficient de dilatation volumique : $\alpha_v = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$

Coefficient de compressibilité isotherme : $\kappa_T = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$

On trouve pour chaque cas que dans des plages de température et de pression pas trop élevées, ces coefficients sont pratiquement constants.

1°) Que valent ces coefficients dans le cas du gaz parfait ?

2°) Déterminer à partir de ces coefficients une loi d'état pour les liquides et les solides.

3°) Calculer le travail et la chaleur reçue par le liquide ou le solide pendant une transformation élémentaire faisant varier T et p, en fonction des coefficients thermoélastiques et de la capacité calorifique à pression constante .

4°) Déterminer l'expression de l'énergie interne U.

5°) Déterminer la capacité calorifique à volume constant de l'eau liquide ($\alpha_V = 3.10^{-4}$ SI et $\kappa_T = 5.10^{-10}$ SI à 373 K et sous 1 bar) et la comparer à celle à pression constante.

Potentiels thermodynamiques

A pression et température atmosphériques (1 bar, 298 K) les enthalpies molaires, les entropies molaires et les masses volumiques du diamant et du graphite (variétés cristallines du carbone) sont respectivement :

H=720,6 kJ/mol, S=2,51 J/mol.K, ρ=3,51.10^3 kg/m^3

H=718,7 kJ/mol, S=5,69 J/mol.K, ρ=2,26.10^3 kg/m^3

On suppose que le volume occupé par une mole de diamant ou de graphite est indépendant de la pression.

1°) Quelle est la forme cristalline stable à 298 K ?

2°) Sous quelle pression, à 298 K, l'autre forme cristalline devient stable ?

Examen

Pour l'obtention de très basses températures, par exemple dans l'étude des matériaux supraconducteurs, on utilise la technique de désaimantation adiabatique. On calorifuge un barreau immobile en faisant le vide autour, puis on diminue le champ magnétique appliqué. Il en résulte un refroidissement qui fait l'objet des questions suivantes.

On considère une mole d'un corps aimantable de volume invariable, maintenu dans un milieu à pression constante. Son état est caractérisé par son moment magnétique M et dépend du champ magnétique B qu'on lui impose et de sa température T.
Lors d'une transformation réversible le moment magnétique et la température variant de dM et dT, la quantité de chaleur reçue par le corps peut s'écrire :

$$\delta Q = C_B dT + k dB$$

$$\delta Q = C_M dT + l dM$$

selon qu'on travaille avec les variables T et B ou T et M.
Le travail reçu par le corps est :

$$\delta W = B dM$$

Donner la définition de C_B, et C_M, puis classer C_B, C_M , M, B, T, l et k en variables extensives et intensives conjuguées.

Une substance est dite paramagnétique parfaite si son moment magnétique ne dépend que du rapport B/T :

$$M = M\left(\frac{B}{T}\right)$$

1) En dérivant l'équation d'état d'une substance paramagnétique parfaite par rapport à T, à aimantation constante (dM=0), déduire que : $\left(\frac{\partial B}{\partial T}\right)_M = \frac{B}{T}$
2) En écrivant dM en fonction des dérivées partielles par rapport à T et B , déduire lorsque dM=0 (transformation à moment magnétique constant) que pour un barreau paramagnétique parfait :
3) $B\left(\frac{\partial M}{\partial B}\right)_T + T\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B = 0$
4) Rappeler la relation qui lie δQ et dS pour une transformation réversible.
5) Pour une transformation réversible, écrire dU en fonction de dS et dM.
6) Trouver une fonction F transformée de U, fonction de M et T, puis une fonction G transformée de U, fonction de B et T.
7) Considérant que F et G sont des différentielles totales exactes, déduire que : $l = -T\left(\frac{\partial B}{\partial T}\right)_M$ et $k = T\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B$
8) Identifier l pour une substance paramagnétique parfaite
9) Montrer que pour une substance paramagnétique parfaite : U=U(T) (l'énergie interne n'est fonction que de la température) pour des transformations réversibles.
10) Ecrire dS pour une transformation réversible en fonction de T et M.
11) Montrer qu'une désaimantation adiabatique réversible provoque un refroidissement.

Une transformation adiabatique réversible amène un barreau paramagnétique parfait d'un état initial 1 à un état final 2, en supprimant totalement le champ magnétique (M_2=0).

On rappelle que : $M = \frac{\chi B}{\mu_0}$ où χ est la susceptibilité magnétique relative et μ_0 la perméabilité magnétique du vide. Pour une substance paramagnétique parfaite $\chi = \frac{C}{T}$ où C est la constante de Curie du matériau.

12) Exprimer la variation de température entre l'état final et initial en fonction de μ_0, C, C_M, T_1 et B_1. Calculer T_2 pour un barreau de chlorure ferrique $FeCl_3$ lorsque l'on part d'une température de 300K et d'un champ magnétique B de 1 Tesla (USI).

13) Aux très basses températures C_M devient pratiquement nul. Montrer alors que l'on a approximativement, pour une transformation adiabatique réversible d'une substance paramagnétique parfaite, $\frac{B}{T}$ = cste.

14) On réduit de manière adiabatique réversible le champ magnétique appliqué à un barreau depuis B_1=5 Tesla jusqu'à $B_2=10^{-2}$ Tesla, la température initiale étant de 1K. Calculer la valeur finale de la température T_2.

15) Conclure sur l'utilité de la méthode pour obtenir de très basses températures.

En réalité la transformation adiabatique de désaimantation n'est pas réversible.

16) Exprimer la variation d'énergie interne en fonction de la variation du champ magnétique B μ_0, et χ lorsque la transformation est adiabatique.

17) Exprimer l'entropie produite entre deux états 1 et 2 en fonction de C_M, T, μ_0, C et M pour une substance paramagnétique parfaite en étendant la relation énergie interne - température déjà établie aux transformations quelconques.

18) En supposant que C_M est pratiquement négligeable à faible température, calculer l'entropie produite lorsque le champ magnétique passe de 5 à 10^{-2} Tesla.

Données

Pour $FeCl_3$: C=0,191.10^{-6} K, χ =0,19.10^{-6} et à 300 K : C_M = 160 $J.K^{-1}.mol^{-1}$

μ_0 =1,257.10^{-6} $V.s.m^{-1}.A^{-1}$

Changement de phase

Une certaine masse d'eau se trouve à l'état liquide sous une pression de 1 bar et à la température de 268 K. Brutalement, une fraction de l'eau se solidifie.
Quelle fraction de la masse d'eau initiale est transformée en glace ?

Systèmes ouverts

Une pompe hydraulique branchée sur un circuit d'eau de débit 5l/s fait passer cette eau d'une tuyauterie basse où la pression statique est de 2 bar à une tuyauterie haute de diamètre 6cm, située à 5m au dessus de la première et où la pression doit être de 4 bar.

1) On constate une différence de température de 0,01K, quelle est la puissance fournie par la pompe au fluide ?
2) S'il n'y avait aucune irréversibilité, quelle serait la puissance de la pompe ?

C_{eau} = 4,18KJ/Kg, g=10m/s^2.

Dans un lave linge une pompe assure la vidange de l'eau depuis le bas de la cuve jusqu'au tuyau d'évacuation par une tuyauterie de diamètre constant d.

1) Calculer la puissance que devrait fournir la pompe au fluide si l'évolution était réversible.
2) La puissance réelle fournie par la pompe est 4,5 fois supérieure à la puissance théorique, déduire la différence de température entre l'entrée et la sortie de la tuyauterie supposée adiabatique.

d=1,5cm, Δz=0,5m,g=10m/s2, la section du bas de la cuve est très supérieure à la section de sortie.

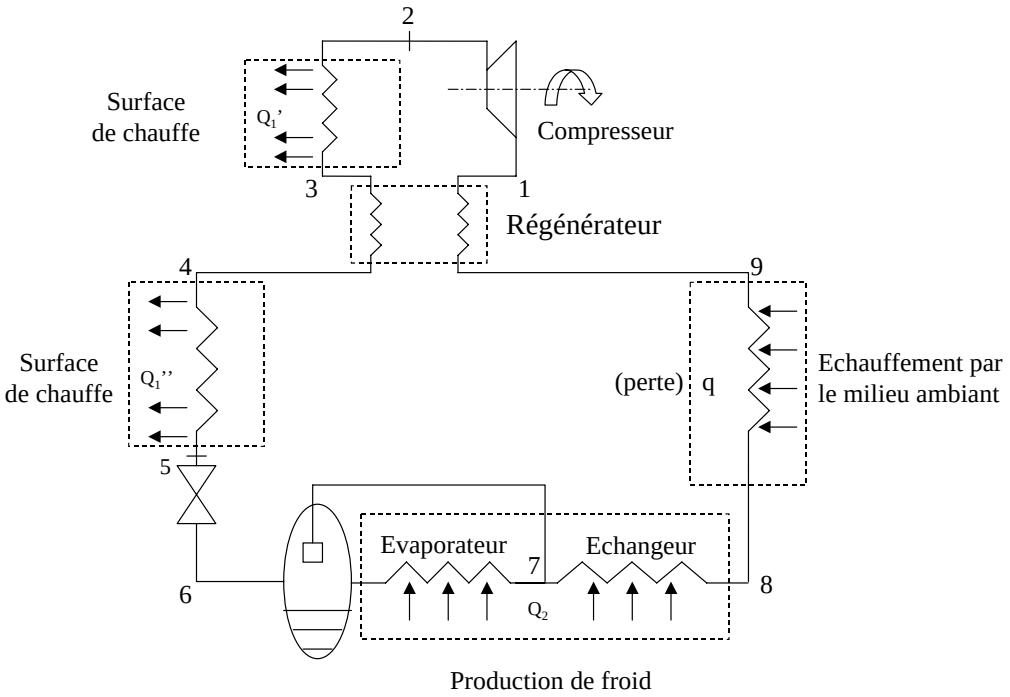
On étudie la détente d'une mole d'air, gaz parfait diatomique, dans une tuyère convergente, rigide et adiabatique. La tuyère est un tube de révolution d'axe horizontal.

1) Etablir en régime stationnaire pour 1Kg d'air la relation vitesse-enthalpie à l'entrée et la sorite de la tuyère.
2) L'évolution étant supposée réversible, déterminer la variation d'enthalpie dans la tuyère en fonction de la température à l'entrée, et du rapport des pression à l'entrée et la sortie.
3) Déduire la vitesse de sortie lorsqu'on peut considérer la vitesse d'entrée négligeable.
4) Montrer que le débit massique dans la tuyère est maximal pour une valeur critique du rapport des pression.

Cycles thermodynamiques & Thermochimie

CHAUFFAGE ET REFRIGERATION SIMULTANES

Une machine à production simultanée de froid et de chaleur, à régénération, fonctionne avec du gaz carbonique comme fluide frigorigène, entre les pressions P_1=30 atm et P_2=80 atm suivant le schéma suivant :



1°) La vapeur surchauffée de dioxyde de carbone (CO_2) est portée de la pression P_1=30 atm à la pression P_2 (grâce à un compresseur de rendement isentropique de 80 %) avant de pénétrer dans un échangeur à pression constante utilisant la chaleur Q_1' libérée par le fluide à des températures relativement élevées. Cette énergie peut servir par exemple à la production d'eau chaude. La température de la vapeur surchauffée à la sortie de cet échangeur est fixée à 100 °C.
Un écart de température de 40 °C est imposé entre les points 1 et 3 pour assurer un bon fonctionnement du régénérateur (échangeur à contre courant).
Déterminer le travail théorique de compression et la chaleur disponible.
2°) Dans un deuxième échangeur à pression constante, la vapeur cède une quantité de chaleur Q_1'' au milieu ambiant. Cette énergie est utilisée pour le chauffage domestique d'une habitation. La température de sortie du CO_2 est T_5=30 °C. Le fluide frigorigène, recueilli dans un réservoir, se détend isenthalpiquement jusqu'à la pression P_1 par laminage en s'écoulant à travers un robinet à pointeau.

Donner le titre du mélange au point 6. Lire sur le diagramme la chaleur latente de vaporisation à la pression P_1.

3°) Dans l'évaporateur, le liquide restant passe à l'état de vapeur, et sort de l'enceinte à refroidir à la température de 0 °C (toujours sous la pression P_1).

Déterminer la quantité de chaleur Q_2 absorbée par le fluide frigorigène.

4°) Le gaz carbonique s'échauffe à pression constante jusqu'à la température T_9=20 °C, avant d'entrer dans le régénérateur.
Déterminer la quantité de chaleur q prise au milieu ambiant.
5°) Le régénérateur ayant un rendement de 1, déterminer la quantité de chaleur Q_1'' cédée au milieu ambiant. Représenter schématiquement le cycle complet en coordonnées P-V en précisant les différentes températures.
6°) Calculer le coefficient d'effet thermique de la pompe à chaleur ainsi que le coefficient d'effet frigorifique.
7°) Sachant que l'on désire assurer une puissance globale de chauffe de 30000 kcal/h, calculer la puissance nominale de l'installation et la puissance frigorifique.
Quelle serait la puissance thermique disponible si on utilisait la puissance électrique de l'installation en effet Joule ? Conclusions.

Examen de Thermodynamique

L'examen comporte 4 parties indépendantes. Il est recommandé de faire apparaître les expressions littérales avant les applications numériques.

Sujet

L'objet de l'étude est le moteur Vulcain assurant la propulsion de l'étage principal Cryotechnique de la fusée Ariane5. Son fonctionnement est basé sur le cycle à flux dérivé où des turbopompes alimentent la chambre de combustion en comburant (Oxygène liquide) et carburant (Hydrogène liquide). La chambre de combustion est le siège d'une réaction chimique qui élève fortement la température des gaz (voir schéma ci-près). Ces derniers circulent ensuite à travers un convergent puis une tuyère divergente pour fournir la poussée. Les turbopompes sont constituées d'un coté d'un compresseur qui élève la pression du carburant ou du comburant et d'un autre coté d'une turbine où se détendent les gaz chauds produits par un générateur. Le générateur est constitué d'une petite chambre de combustion où a lieu la même réaction chimique mais à une température plus faible. Ainsi, l'énergie récupérée coté turbine par la détente des gaz provenant du générateur sert à comprimer les gaz coté compresseur pour alimenter la chambre de combustion.

Ainsi, la turbopompe à Oxygène reçoit l'Oxygène liquide du réservoir et alimente la chambre principale et le générateur. L'Hydrogène sous pression débité par la deuxième turbopompe alimente d'une part le générateur et d'autre part circule autour des parois de la chambre de combustion principale, du col et de la tuyère afin de les refroidir puis alimente ensuite la chambre de combustion. Le débit étant supérieur aux besoins de la combustion, le reste est renvoyé au réservoir.

Chambre de Combustion - <u>Thermochimie</u>

Dans la chambre à combustion oxygène et hydrogène sont mélangés et réagissent en phase gazeuse selon la réaction :

$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow H_2O$ à la température de T_c=3500K et à pression constante P_c=100bar.

La chaleur de réaction à T_0=298,15 K est : $\Delta h_r^0 = -241{,}696 KJ / mol$

On donne les grandeurs suivantes :

	Cp(3500K) (J/mol.K)	M Masse molaire (Kg/mol)	Enthalpie sensible $\int_{T_0}^{T_c} C_p dT$ (KJ/mol)	Entropie ΔS (3500K) (J/mol.K)
H_2O	57,058	18.10^{-3}	154,768	295,201
H_2	38,149	2.10^{-3}	107,555	208,69
O_2	40,716	32.10^{-3}	118,165	290,677

1.1 Calculer la chaleur de réaction à 3500K

1.2 Quel nom particulier porte cette enthalpie de réaction ?

1.3 Calculer l'enthalpie libre de réaction ΔG à 3500K

1.4 Calculer la constante de réaction Kc

Soit a le nombre initial de moles de H_2 et b le nombre de moles de O_2. Soit x le nombre de moles de H_2O à l'équilibre.

1.5 Déterminer en fonction de a, b et x le nombre de moles par seconde d'hydrogène, oxygène, vapeur d'eau, ainsi que le nombre total de moles par seconde, à l'équilibre.

1.6 Exprimer Kc en fonction de l'avancement x, de la pression de réaction P_c , de la pression de référence P_0 et des nombres de moles initiaux a et b.

Les débits respectifs de H_2 et O_2 dans la chambre sont 36Kg/s et 226Kg/s. A 3500K l'avancement de la réaction est x=$13{,}86.10^3$ mol/s.

1.7 Calculer la puissance thermique dégagée par la réaction (avancement multiplié par l'enthalpie molaire de réaction).

1.8 Calculer le débit massique de vapeur d'eau à la sortie de la chambre.

1.9 Calculer le Cp du mélange considéré comme idéal à l'équilibre.

1.10 Calculer l'élévation de température dans la chambre en considérant que seule 92% de l'énergie dégagée par la combustion résulte effectivement dans une élévation de température du mélange et que l'hydrogène circulant dans les parois de la chambre refroidit le mélange en apportant une puissance de –9,5MW.

1.11 Calculer la température initiale de l'Hydrogène et de l'Oxygène introduits dans la chambre.

Col, Tuyère – Systèmes ouverts

Les gaz issus de la chambre de combustion à la température de 3500K et à la pression de 100bar passent dans un col (tuyère convergente) puis dans une tuyère divergente. Le débit est de 250Kg/s. On peut les considérer comme parfaits avec un Cp moyen de 2777J/Kg.K , une constante massique r=462J/Kg.K et γ=1,33.
L'écoulement à travers le col s'effectue en régime critique. Le diamètre d'entrée dans le convergent (sortie de la chambre de combustion) est 0,5m.

1.12 Calculer la pression au col.

La transformation dans le col et dans la tuyère peuvent être approchées par des polytropiques réversibles de coefficient k=1,2 et 1,275 respectivement.

1.13 Calculer la température des gaz au col.

1.14 Calculer la vitesse des gaz au col en considérant qu'il s'agit de la vitesse du son dans ces conditions ($u_{son} = \sqrt{\gamma . r . T_{col}}$ **).**

1.15 Calculer la puissance thermique de refroidissement fournie au col par l'Hydrogène circulant dans les parois.

La pression des gaz à la sortie de la tuyère est de 1bar (pression atmosphérique au sol) et de 25mbar en haute atmosphère.

1.16 Calculer la température des gaz à la sortie de la tuyère au sol et en altitude.

La puissance de refroidissement fournie par l'hydrogène circulant dans les parois de la tuyère est de 17MW.

1.17 En déduire la vitesse des gaz à la sortie du moteur au sol et en altitude.

1.18 Calculer la poussée F fournie par le moteur au sol et en altitude : F=débit massique*vitesse des gaz (en N).

Générateur – <u>Thermochimie</u>

Dans la chambre à combustion du générateur, oxygène et hydrogène sont mélangés et réagissent selon la réaction :

$$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow H_2O$$

On donne les grandeurs suivantes :

	Cp (J/mol.K)	M Masse molaire (Kg/mol)	Enthalpie de formation Δh_f^T (KJ/mol.K)
H_2O	41	18.10^{-3}	-248
H_2	30	2.10^{-3}	0
O_2	34	32.10^{-3}	0

Les débits respectifs de H_2 et O_2 dans le générateur sont 4,63Kg/s et 4,17Kg/s.
La réaction se fait avec un excès d'hydrogène par rapport à la stœchiométrie.

1.19 Calculer l'avancement (en mol/s) de la réaction lorsque celle-ci est totale (tout l'oxygène admis est consommé par la réaction).

1.20 Calculer la puissance dégagée par la réaction.

1.21 Calculer les débits molaires d'hydrogène et de vapeur d'eau après réaction totale, ainsi que le débit molaire total.

1.22 Calculer le Cp du mélange hydrogène-eau considéré idéal.

1.23 En déduire l'élévation de température due à la réaction.

La température d'admission des gaz dans le générateur est de 90K.

1.24 Déduire la température de réaction.

Turbopompes, réservoirs – <u>Systèmes Ouverts, Changement de phase</u>

Les turbopompes alimentent le moteur en oxygène et hydrogène sous pression. Les conditions dans les réservoirs et après pompes ainsi que les caractéristiques de l'hydrogène et oxygène sont données dans le tableau suivant :

(pressions en bar, températures en Kelvin)

	Cp	Masse Vol.	Réservoir		Circuit après pompes		Point critique		Point triple	
	KJ/Kg	(Kg/m^3)	P_0	T_0	P_1	T_1	Pc	Tc	Pt	Tt
H_2	14	30	3	17	157	27	13	33,2	$70,4.10^{-3}$	13
O_2	0,9	410	3	60	157	70	50,4	154,6	$1,5.10^{-3}$	54

1.25 Déterminez à l'aide d'un diagramme P-T simplifié la phase dans laquelle se trouvent l'oxygène et l'hydrogène dans les réservoirs, dans les pompes et dans le circuit.

Les débits totaux d'hydrogène et d'oxygène sont respectivement 43,4Kg/s et 227,6Kg/s.
On modélise la compression de l'hydrogène par une isotherme jusqu'à 43,5bar sous phase liquide suivie par une compression jusqu'à 157bar sous phase gazeuse (gaz parfait).

De même, on modélise la compression de l'oxygène par une isotherme jusqu'à 32,75bar sous phase liquide suivie par une compression jusqu'à 157bar sous phase gazeuse (gaz parfait).

1.26 Calculer les puissances fournies par les pompes en considérant qu'il n'y a pas d'apport de chaleur et que les vitesses des fluides amont et aval sont similaires.

L'hydrogène sert en partie à refroidir les parois de la tuyère et de la chambre de combustion. Le débit d'hydrogène dans le générateur est de 4,6Kg/s et sa température à l'entrée de la chambre de combustion de 100K.

1.27 Calculer la puissance thermique disponible pour refroidir les parois.

Les réservoirs d'hydrogène et d'oxygène de l'étage principal contiennent respectivement 27tonnes et 130tonnes.

1.28 Calculer le volume total des réservoirs.

L'enthalpie de vaporisation de l'hydrogène à17K est de 286KJ/Kg et celle de l'oxygène est de 182,724KJ/Kg à 60K.

1.29 Calculer l'énergie nécessaire pour la liquéfaction de l'oxygène et de l'hydrogène à partir de la température ambiante (300K) jusqu'à celle des réservoirs.

Les turbines des turbopompes reçoivent les gaz chauds supposés parfaits en provenance du générateur. Le débit total des gaz en provenance du générateur est de 8,8Kg/s et le Cp de ces gaz est de 6,5KJ/Kg. Un quart de ce débit est utilisé pour la pompe à oxygène et ¾ pour la pompe à hydrogène. Les gaz chauds issus du générateur arrivent à la température de 1550K et avec une pression de 100bar au niveau des turbines. La détente dans les turbines peut être assimilée à une transformation polytropique réversible de coefficient k=1,4 qui amène les gaz jusqu'à la pression de 1bar.

1.30 Calculer la température des gaz à la sortie des turbines.

1.31 Calculer la puissance cédée par les gaz au niveau des turbines (oxygène et hydrogène) en négligeant les variations d'énergie cinétique et potentielle.

1.32 Calculer les rendements des turbopompes (rapport de la puissance absorbée au niveau de la pompe par la puissance cédée au niveau de la turbine).

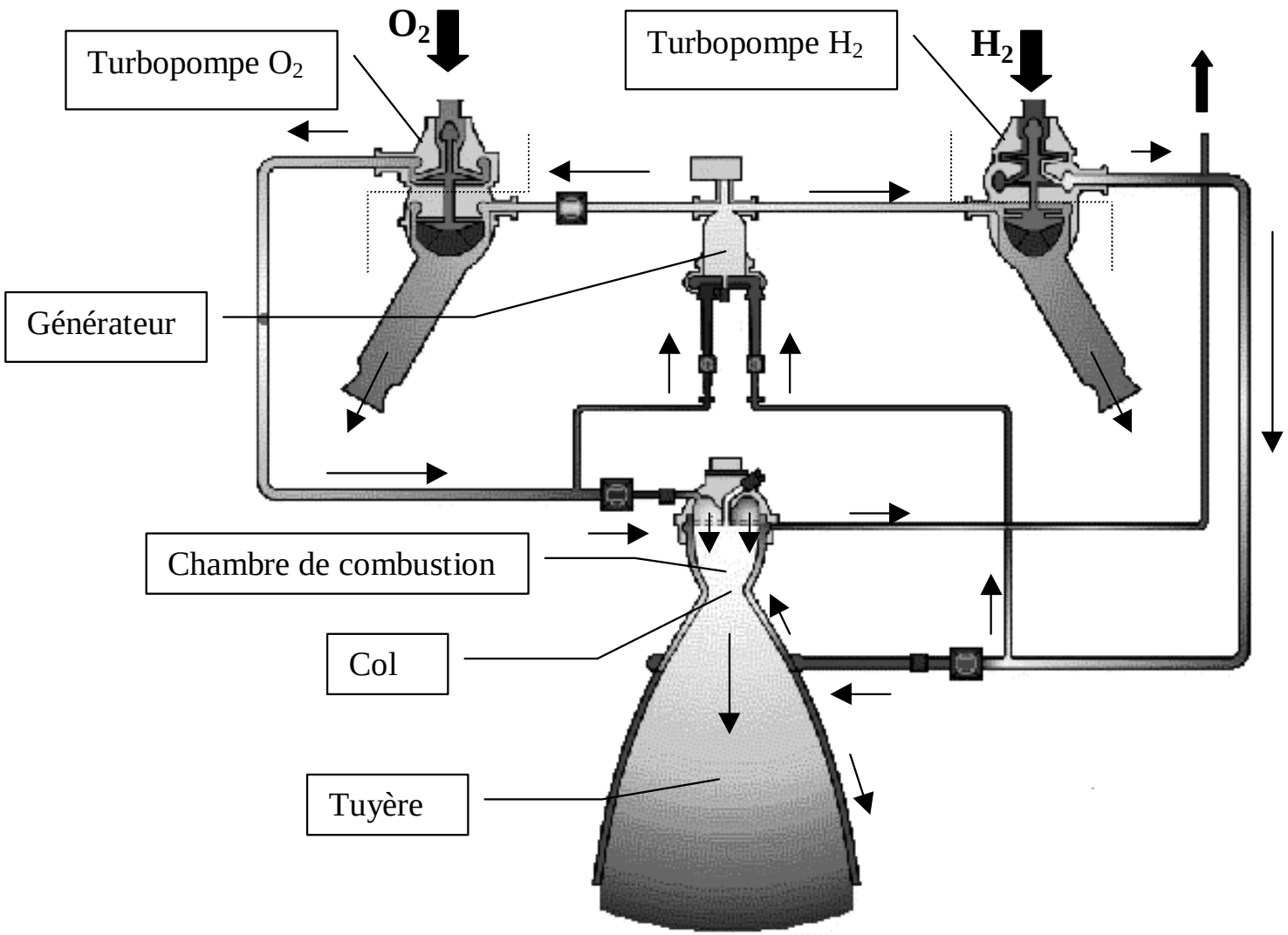


Schéma général du moteur Vulcain